Primeri teorijskih pitanja za kolokvijum/pismeni ispit

Matematika 2 (Fizicka hemija)

(Na testu dolazi nekoliko zadataka ovog tipa, ne nužno isti zadaci.)

1. Navesti primer jednog broja sa kojim treba pomnožiti $1+i$ kako bi se dobio realan broj.

2. Izraziti $2(\cos(45°)+i\sin(45°))$ u obliku $x+iy$.

3. Koristeći Moavrovu formulu izračunati z^6 gde je $z=2(\cos(45°)+i\sin(45°))$.

4. Ako su $z=x+iy$ i $w=a+ib$ kompleksni brojevi, zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:
(a) $|z|=\sqrt{x+y}$
(b) $|z|=|\overline{z}|$
(c) $|z|^2=z\cdot\overline{z}$
(d) $\overline{z\cdot w}=\overline{z}+\overline{w}$

5. Neka je $V=\{(x,y,1)|x,y\in\mathbb{R}\}$. Da li je V vektorski podprostor od $\mathbb{R}^3$? Obrazložiti odgovor.

6. Neka je V vektorski prostor dimenzije 5 i neka je S podskup skupa V čiji elementi su linearno zavisni. Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:
(a) Skup S mora sadržati najmanje 5 elemenata.
(b) Skup S mora sadržati beskonačno mnogo elemenata.
(c) Skup S može sadržati proizvoljan broj elmenata (osim 0).
(d) Skup S je pokrivac od V.
(e) Skup S je baza od V.

7. Ako je $S=\{v_1,...,v_n\}$ baza vektorskog prostora V, onda se svaki vektor $v\in V$ može zapisati na jedinstven način kao linearna kombinacija vektora iz S. Dokazati.

8. Ako su A i B matrice dimenzija 6×6 takve da $\det(A)=-10$ i $\det(B)=5$, odrediti:
(a) $\det(3A)$
(b) $\det(A^TB^{-1})$.

9. Ako je matrica A invertibilna, onda je njen inverz jedinstven. Dokazati.

10. Po definiciji, za red $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ gde $a_n\in\mathbb{R}, n=1,2,...$ se kaže da konvergira ako (zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna):
(a) Postoji realan broj S takav da niz $|a_1|,|a_2|,|a_3|,...$ konvergira ka S.
(b) Važi $a_{n+1}<a_n$ za svako $n\geq 1$.
(c) Postoji realan broj S takav da niz $a_1,a_2,a_3,...$ konvergira ka S.
(d) Niz $a_1,a_2,a_3,...$ konvergira ka 0.
(e) Postoji realan broj S takav da niz parcijalnih suma $a_1+a_2+...+a_n$ konvergira ka S.

11. Neka stepeni red $\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$, $a_n\in\mathbb{R}, n=1,2,...$ konvergira za $x=3$ i divergira za $x=5$. Za svaku od narednih tačaka zapisati da li red konvergira, divergira ili ne postoji dovoljno informacija da bi se utvrdila konvergencija:
(a) $x=0$
(b) $x=2$
(c) $x=4$
(d) $x=6$
(e) $x=-1$
(f) $x=-4$
(g) $x=-5$

12. Odrediti prva tri člana razvoja funkcije $f(x)=\frac{\cos(x)}{1+x}$ u Tejlorov red u okolini tačke $x=0$.